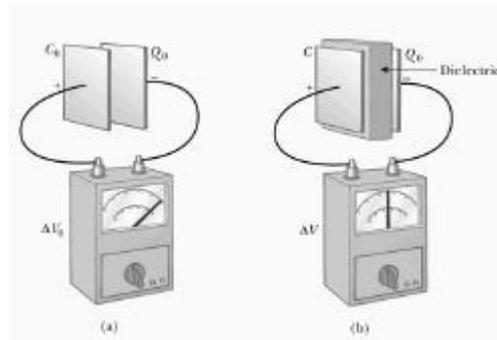


電磁學

材料的電特性 (Electrical Properties of Matters)

介電特性

- 介電質與介電係數
- 在電場中之電偶極
- 介電質的模型
- 其他和電偶極有關之特性



介電質與介電係數

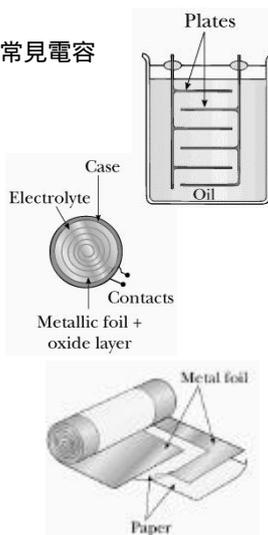
法拉第(M. Faraday)發現在平行電容之間如果塞滿某些絕緣物質(稱為介電質 dielectric), 電容值會變為沒有塞東西(真空)的 k 倍, k 稱為介電係數。如上圖所示, 假如維持電容板兩端電壓不變, 塞入介電質後儲存電荷變為原來之 k 倍; 若維持電荷不變, 則電壓變為原來之 $1/k$ 倍。

中興大學物理系 孫允武

材料的電特性二-1

電磁學

常見電容



Dielectric Constants and Dielectric Strengths of Various Materials at Room Temperature

Material	Dielectric Constant κ	Dielectric Strength* (V/m)
Air (dry)	1.000 59	3×10^6
Bakelite	4.9	24×10^6
Fused quartz	3.78	8×10^6
Neoprene rubber	6.7	12×10^6
Nylon	3.4	14×10^6
Paper	3.7	16×10^6
Polystyrene	2.56	24×10^6
Polyvinyl chloride	3.4	40×10^6
Porcelain	6	12×10^6
Pyrex glass	5.6	14×10^6
Silicone oil	2.5	15×10^6
Strontium titanate	233	8×10^6
Teflon	2.1	60×10^6
Vacuum	1.000 00	—
Water	80	—

* The dielectric strength equals the maximum electric field that can exist in a dielectric without electrical breakdown. Note that these values depend strongly on the presence of impurities and flaws in the materials.

中興大學物理系 孫允武

材料的電特性二-2

電磁學

更一般的說，介電質的效應可以說明如下：

當一區域完全被一介電常數 k 的介電質填滿時，在此區域內之所有靜電方程式中之 ϵ_0 應修改為 $k\epsilon_0$ 。

例如：

在介電質中之庫倫定律應寫為 $E = \frac{1}{4\pi k\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$

在介電質中導體表面的電場應寫為 $E = \frac{\sigma}{k\epsilon_0}$

在電場中之電偶極

電偶極在均勻電場中所受總電力為零，但力矩(torque)不為零。

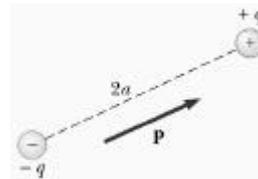
中興大學物理系 孫允武

材料的電特性二-3

電磁學

以質量中心為支點，dipole所受的力矩為

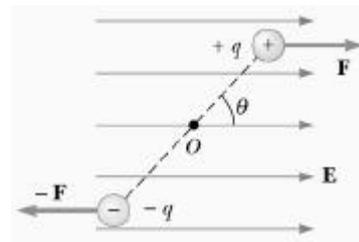
$$\begin{aligned} \mathbf{t} &= F a \sin \mathbf{q} + F a \sin \mathbf{q} \\ &= F 2a \sin \mathbf{q} = E q 2a \sin \mathbf{q} \\ &= p E \sin \mathbf{q} \end{aligned}$$



方向朝紙內方向，即 $\mathbf{p} \times \mathbf{E}$ 方向，
故 $\mathbf{t} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$

下面考慮電偶極在電場中之位能

$$\begin{aligned} \Delta U = W_{\text{apply}} &= \int_{q_{\text{ref}}}^q \mathbf{t} d\mathbf{q} = \int_{q_{\text{ref}}}^q p E \sin \mathbf{q} d\mathbf{q} \\ &= -p E \cos \mathbf{q} \Big|_{q_{\text{ref}}}^q = -p E (\cos \mathbf{q} - \cos \mathbf{q}_{\text{ref}}) \end{aligned}$$



中興大學物理系 孫允武

材料的電特性二-4

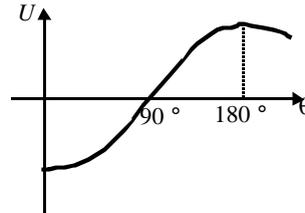
電磁學

選擇 $\theta_{\text{ref}}=90^\circ$ ，即 $U(90^\circ)=0$

$$U(q) = -pE \cos q$$

$$U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$$

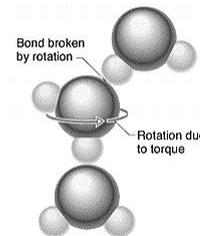
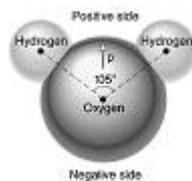
當 $\theta=0$ 時 $U=-pE$ ，為最小值；
當 $\theta=180^\circ$ 時 $U=pE$ ，為最大值。



中興大學物理系 孫允武

材料的電特性二-5

電磁學



例題

The water (H_2O) molecule has an electric dipole moment of $6.3 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$. A sample contains 10^{21} water molecules, with the dipole moments all oriented in the direction of an electric field of magnitude $2.5 \times 10^5 \text{ N/C}$. How much work is required to rotate the dipoles from this orientation ($\theta=0^\circ$) to one in which all the dipole moments are perpendicular to the field ($\theta=90^\circ$)?

$$W = U_{90} - U_0 = (-pE \cos 90^\circ) - (-pE \cos 0^\circ) = pE = 1.6 \times 10^{-24} \text{ J}$$

$$W_{\text{total}} = (1.6 \times 10^{-24} \text{ J})(10^{21}) = 1.6 \times 10^{-3} \text{ J}$$

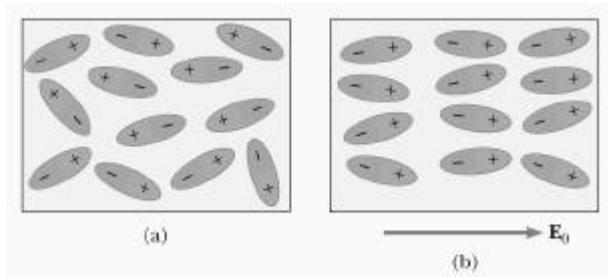
中興大學物理系 孫允武

材料的電特性二-6

電磁學

介電質的模型

介電質的構成分子若原來(無外加電場時)就有電偶極者稱為極性介電質(polar dielectric)，原來無電偶極者稱為非極性介電質(nonpolar dielectric)。不論何種介電質，在有外加電場(E_0)時，均會產生和外加電場方向相反的反極化電場(induced depolarization field) E_{ind} ，使得介質中之有效電場 E 減小。

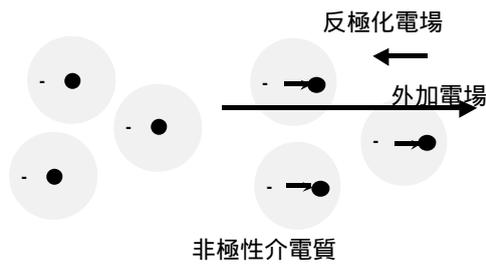


極性介電質

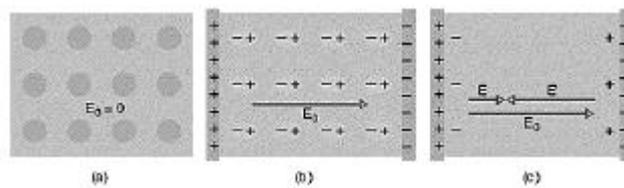
中興大學物理系 孫允武

材料的電特性二-7

電磁學



非極性介電質



中興大學物理系 孫允武

材料的電特性二-8

電磁學

介電質中之高斯定律

先考慮簡單的平行電容板。
右上圖的情形：

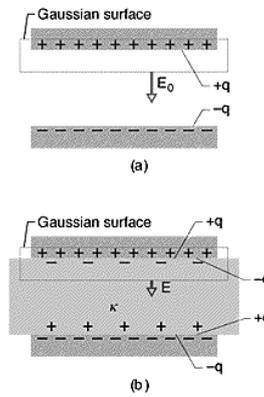
$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \epsilon_0 E_0 A = q$$

$$E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A}$$

右下圖的情形：

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \epsilon_0 EA = q - q'$$

$$E = \frac{q - q'}{\epsilon_0 A}$$



中興大學物理系 孫允武

材料的電特性二-9

電磁學

q 稱為自由電子 (free charge), q' 稱為束縛電子。

$$E = \frac{E_0}{k} = \frac{q}{k\epsilon_0 A}, \quad q - q' = \frac{q}{k}, \quad q' = \frac{k-1}{k} q$$

我們把在介電質中之高斯定律改寫一下

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \epsilon_0 EA = q - q' = \frac{q}{k}$$

$$\epsilon_0 \oint k\mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q$$

一般在電磁學中定義 $\epsilon_0 k\mathbf{E} = \mathbf{D}$, 稱做 electric displacement。而高斯定律則寫成：

$$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = q, \quad \text{其中 } q \text{ 為自由電子。 } \kappa \text{ 可以是位置的函數。}$$

中興大學物理系 孫允武

材料的電特性二-10

電磁學

在介電質中的庫侖定律：

沒有介電質時

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E}_0 \cdot d\mathbf{A} = \epsilon_0 E_0 A = q$$

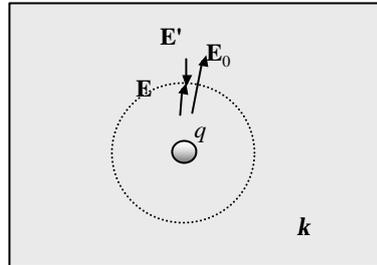
$$E_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

有介電質時， $E = E_0/\kappa$

$$E = \frac{q}{4\pi\kappa\epsilon_0 r^2}$$

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E}_0 \cdot d\mathbf{A} = \epsilon_0 \oint \kappa \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q$$

$$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = q$$



中興大學物理系 孫允武

材料的電特性二-11

電磁學

例題

A parallel-plate capacitor has a plate separation d and plate area a . An uncharged metallic slab of thickness a is inserted midway between the plates. (a) Find the capacitance of the device. (b) Show that the capacitance is unaffected if the metallic slab is infinitesimally thin. (c) Show that the answer to part (a) does not depend on where the slab is inserted.

$$(a) \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{\frac{\epsilon_0 A}{(d-a)/2}} + \frac{1}{\frac{\epsilon_0 A}{(d-a)/2}}$$

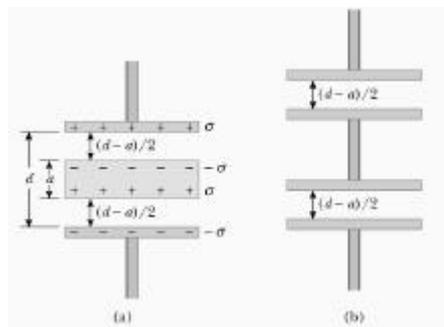
$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d-a}$$

$$(b) \quad C = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{\epsilon_0 A}{d-a} = \frac{\epsilon_0 A}{a}$$

Assume the size of the upper gap is b .

$$(c) \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{\frac{\epsilon_0 A}{b}} + \frac{1}{\frac{\epsilon_0 A}{d-b-a}}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d-a}$$



中興大學物理系 孫允武

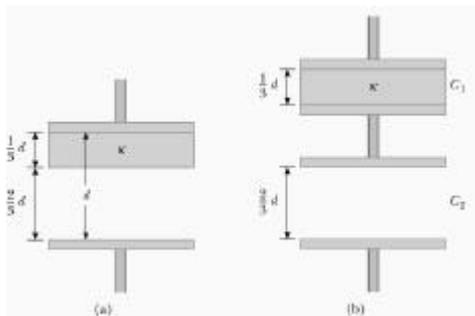
材料的電特性二-12

電磁學

例題

A parallel-plate capacitor with a plate separation d has a capacitance C_0 in the absence of a dielectric. What is the capacitance when a slab of dielectric material of dielectric constant κ and thickness $d/3$ is inserted between the plates.

$$\begin{aligned} \frac{1}{C} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{\frac{\kappa \epsilon_0 A}{d/3}} + \frac{1}{\frac{\epsilon_0 A}{2d/3}} \\ &= \frac{d}{3\epsilon_0 A} \left(\frac{1}{\kappa} + 2 \right) \\ C &= \left(\frac{3\kappa}{2\kappa + 1} \right) \frac{\epsilon_0 A}{d} = \left(\frac{3\kappa}{2\kappa + 1} \right) C_0 \end{aligned}$$



中興大學物理系 孫允武

材料的電特性二-13

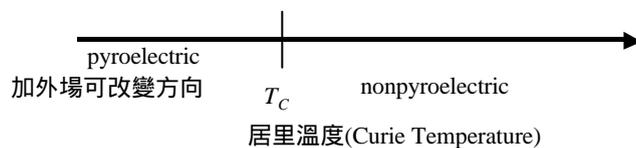
電磁學

其他和電偶極有關之特性

Pyroelectricity 焦電

基本晶格即具有電偶極的特性

Ferroelectricity 鐵電特性



Piezoelectricity 壓電特性

BaTiO₃

LiNbO₃

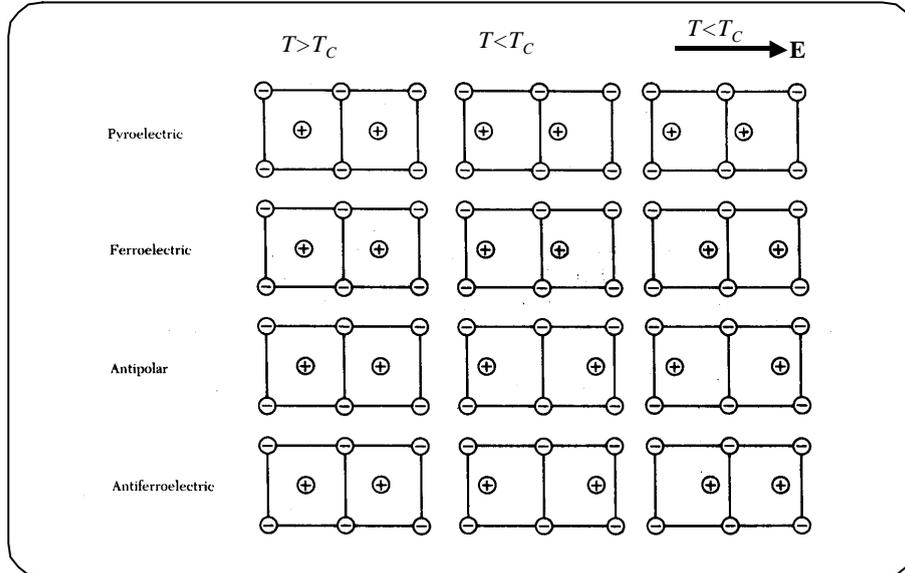
形變 \longleftrightarrow 電場

用來製作揚聲器或聲波感測器

中興大學物理系 孫允武

材料的電特性二-14

電磁學



中興大學物理系 孫允武

材料的電特性二-15