

機械波

聲波與基本聲學

(Sound Waves and Acoustics)

樂音與音階

音階(musical scale)的結構

人類對音高(pitch)的感覺和 $\log f$ 成比例。音階基本上是等比級數。

頻率變兩倍對應音階高八度。

音律(或音階)的制訂一般分為自然律與平均律，前者利用泛音(諧波)，後者則是用數學定義出來的。

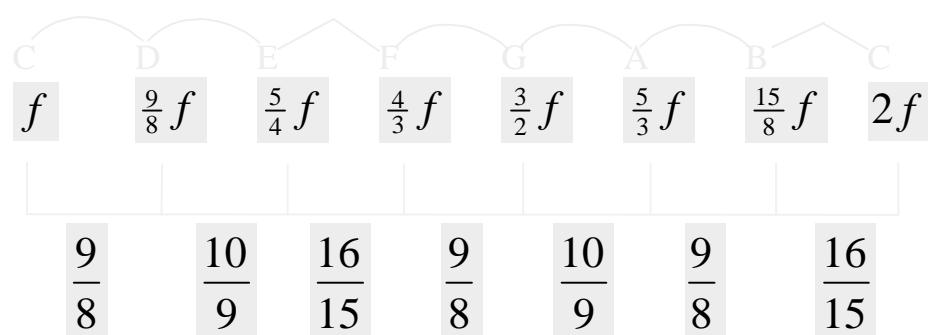
中興大學物理系 孫允武

機械波六-1

機械波

(a)自然律(純律)

大調音階



大調音階是利用大三和弦的頻率比例制訂

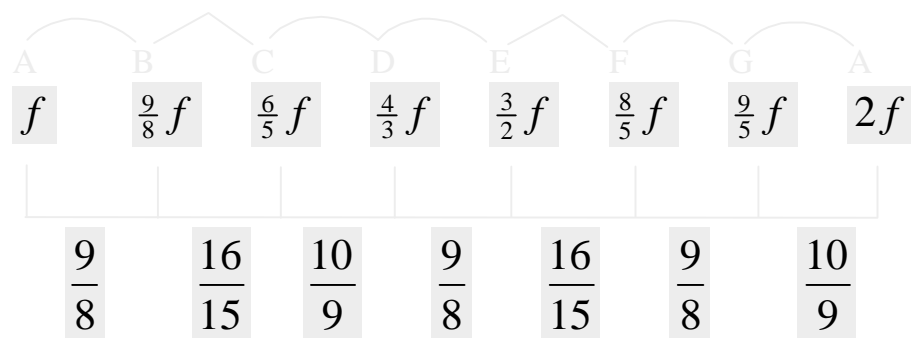
$C : E : G = F : A : C = G : B : D = 4 : 5 : 6$

中興大學物理系 孫允武

機械波六-2

機械波

小調音階



小調音階是利用小三和弦的頻率比例制訂

A : C : E = D : G : B = D : F : A = 10 : 12 : 15

(此為次簡單的三個諧波或泛音的頻率比)

中國古代有所謂三分損益法來定音律，是以2 : 3 (大五度) 上下相生產生十二律。

問題在於：轉調 (旋宮) 不易，全音有不同比例。

中興大學物理系 孫允武

機械波六-3

機械波

(b) 十二平均律

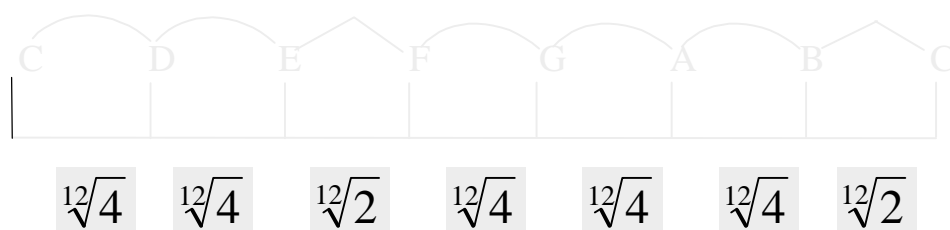
Bach (1722)

中國之密律 (1581之前)

八度內之12音列以等比級數來定義：

$$f : af : a^2f : a^3f : a^4f : \dots : a^{12}f = 2f$$

$$a = \sqrt[12]{2} = 1.059463\dots \quad \text{為一無理數}$$



問題：合音較不優美

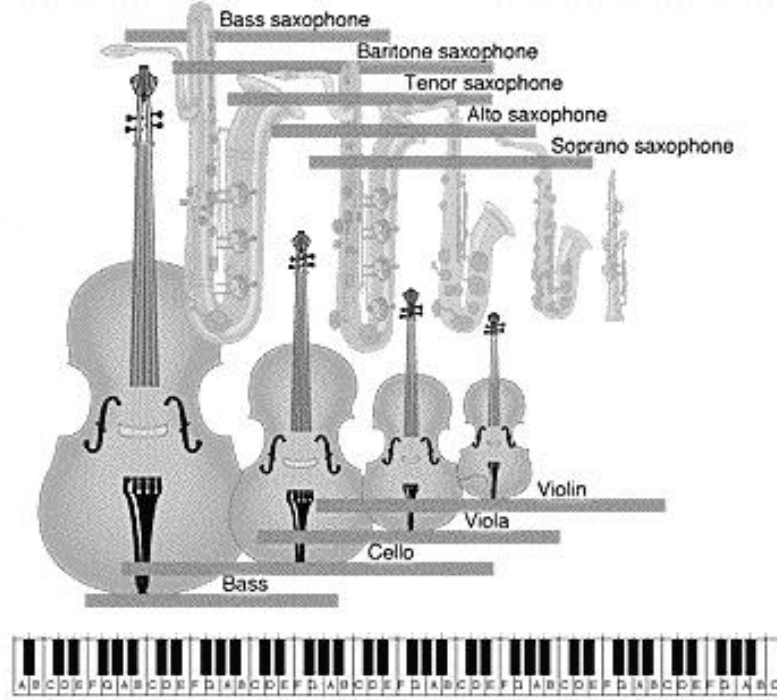
中興大學物理系 孫允武

機械波六-4

機械波

樂器

較常見的樂器是利用絃或是管共振發聲。較低音之樂器需較大之共振腔，故體形較大。



中興大學物理系 孫允武

機械波六-5

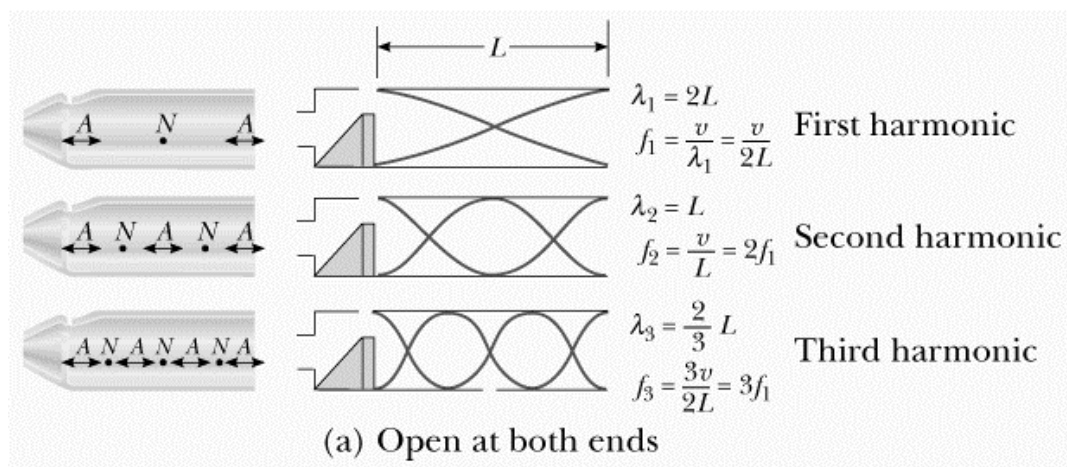
機械波

共振管中之駐波

共振管中之駐波形式和管端形式(開放端或封閉端)有關。其邊界條件如下：

封閉端 $s=0$ 空氣分子之位移為零(s 波形之節點)

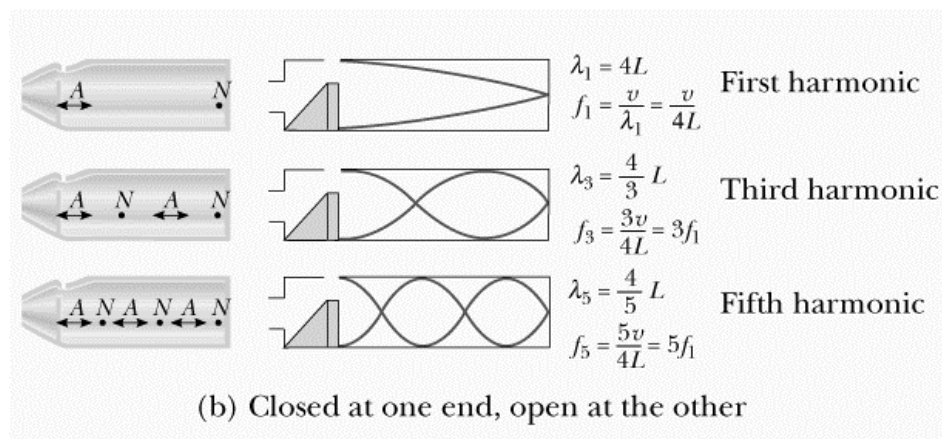
開放端 $\Delta p=0$ 壓力變化為零(Δp 波形之節點, s 之波腹)



中興大學物理系 孫允武

機械波六-6

機械波



雙端開放的共振管(pipe with two open ends)

$$L = n \cdot \lambda / 2 \rightarrow \lambda = 2L/n \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

$$f = u / \lambda = nu / 2L = 2nu / 4L$$

單端開放的共振管(pipe with only one open end)

$$L = \lambda / 4 + (m-1)\lambda / 2, \quad m = 1, 2, 3 \dots$$

中興大學物理系 孫允武

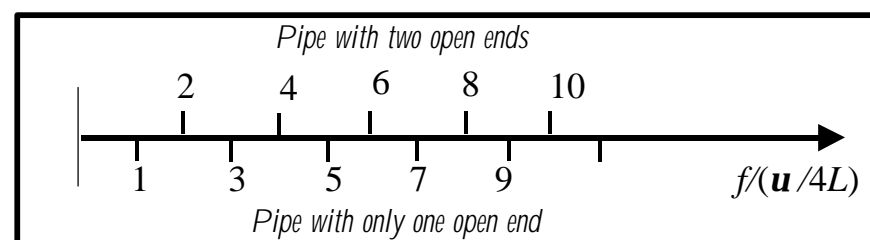
機械波六-7

機械波

$$4L = \lambda + (2m-2)\lambda = (2m-1)\lambda$$

$$\lambda = 4L / (2m-1) = 4L / n, \quad n = 1, 3, 5, 7 \dots$$

$$f = (2m-1)u / 4L = nu / 4L$$



相同之管長，單端開放之共振管有較低之基頻頻率，對應聲波之波長為管長之4倍。且單端開放之共振管僅有奇次諧波存在。

以20Hz為例，波長為，雙端開放之共振管需長8.6 m，單端開放者僅需4.3 m。

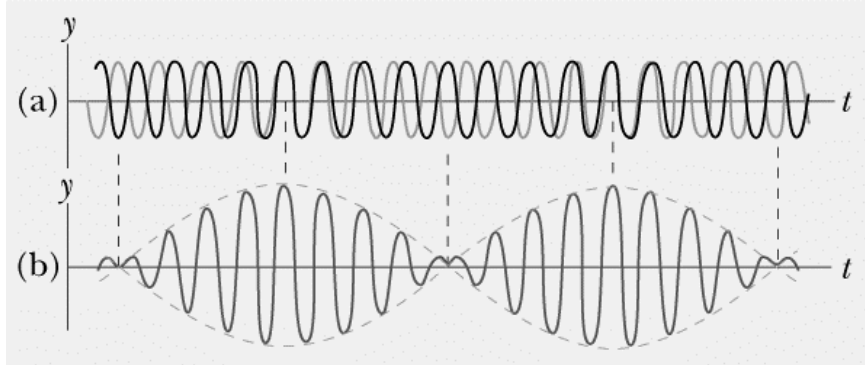
中興大學物理系 孫允武

機械波六-8

機械波

拍音(Beats)

兩個頻率十分相近但不完全一樣的聲音同時到達耳朵，聽起來就像是一單頻之聲音，但其振幅做週期性之變化，且其變化之頻率恰為二者之頻率差。



$$s_1 = s_m \cos \omega_1 t, \quad s_2 = s_m \cos \omega_2 t$$

$$s = s_1 + s_2 = s_m (\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t) = 2s_m \cos \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)t \cos \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)t$$

$$\omega' = \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2), \quad \omega = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$$

$$s = [2s_m \cos \omega' t] \cos \omega t$$

↑ 低頻項 ↑ 高頻項

中興大學物理系 孫允武

機械波六-9

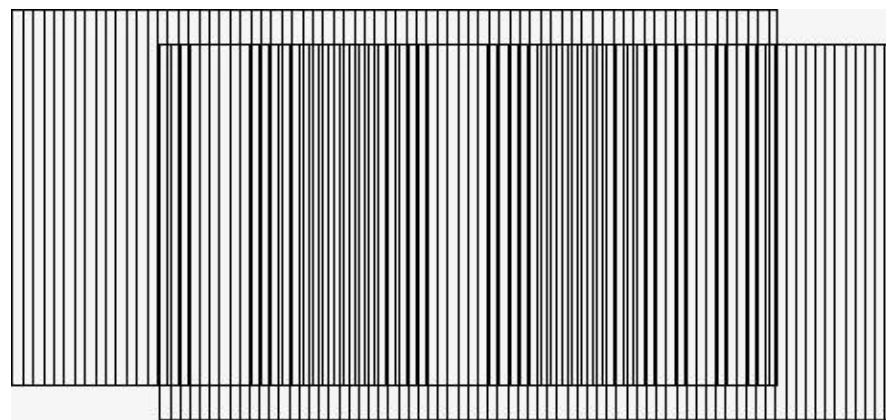
機械波

$$\omega_{\text{beat}} = 2\omega' = \omega_1 - \omega_2$$

$$f_{\text{beat}} = f_1 - f_2$$

拍音可利用來做樂器的調音。人類可感覺之拍音約 $<7\text{Hz}$ 。

利用空間的頻律（單位長度的線條數）差亦可觀察到此現象



中興大學物理系 孫允武

機械波六-10