

# X-ray 的波粒特性

## 一、原理

當加速後的電子撞擊在一正極的金屬版片上時，會產生出 X-射線，而 X-射線的波譜 ( spectrum ) 即如圖 1 所示。這是一個連續波譜 ( continuous spectrum )，在不同的波長上，有著不同的強度 ( intensity )。在整個波譜的左端，有個虛線延伸所得到的最短波長  $\lambda_{\min}$  稱為臨界波長 ( critical wavelength )。1915 年，Duane 和 Hunt 發現這個臨界波長  $\lambda_{\min}$  是與加速電子的電位差  $U_A$  成反比，即  $\lambda_{\min} \sim \frac{1}{U_A}$ ，此稱為「杜倫-宏德定律」( Duane-Hunt's displacement law )。

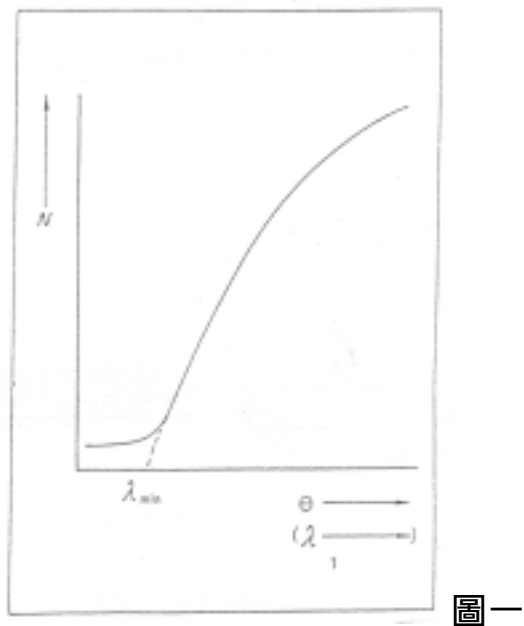
這個關係可以使用 Einstein 的光量子概念來說明，即  $h\nu = eU_A$  其中  $\nu$  為波之頻率， $h$  為浦朗克常數； $h\nu$  則為 X-射線光量子之最大能量，應該要等於 X-射線管中被加速之電子的最大動能  $eU_A$  (  $e$  為電子所帶之電量 )。由於  $\lambda_{\min} = \frac{c}{\nu}$  (  $c$  為光速 )，所以

$$\lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e \cdot U_A} = (1.2398 \times 10^{-6} \cdot \frac{1}{U_A})m$$

很自然地，就說明了杜倫 - 宏德定律。

在這個實驗中,首先要得到類似圖一的波譜,我們將 X-設線經過散射以後在各個角度上相對的強度(即圖一之 N),再使用  $\lambda = 2d \sin \theta$  (Bragg's Law)的關係轉換成強度與 $\lambda$ (N.v.s.)之關係. Bragg's Law 中之  $d$  為用來

散射之晶體(crystal)內晶格平面的距離,對 NaCl 而言  $d \approx 2.82 \text{ \AA}$



## 二、儀器配置

1. 將 X-ray 儀和各項儀器配置如下圖:

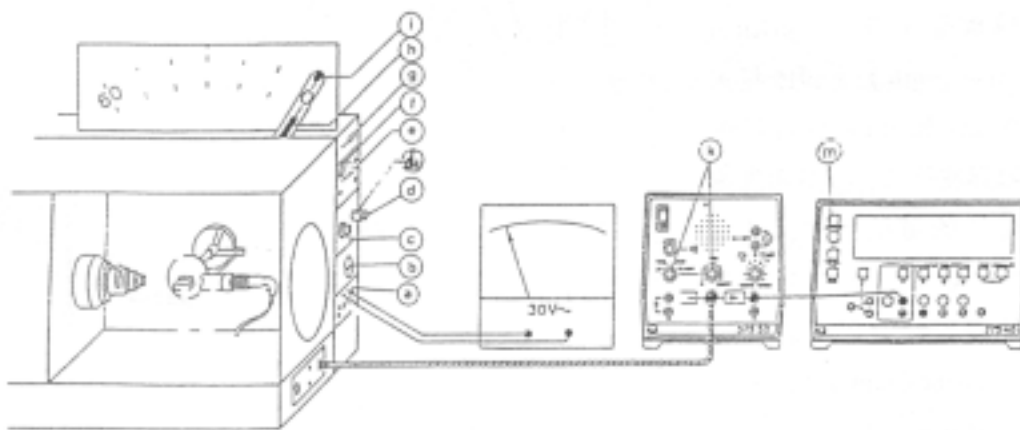


圖 2 Setup to record the braking spectrum as a function of high voltage

2. 先不要插上 X-ray 儀的電源,仔細研究其面板上的各項旋鈕的操作方法。

## 三、儀器調整

1. 將 X-ray 儀上的 d 旋鈕鬆開，旋轉 c 和  $d_1$ ，使 I 和 h 都回到 0 點，並確定兩者重疊在 0 點後，將 d 旋緊，使 I 和能連動(即晶格面入射角轉  $\theta$  度,計數器轉  $2\theta$  度(光槓桿原理))。
2. 確定 X-ray 出口、晶格面和 counter 入口三者在同一水平面上。
3. 調整 k 使計數器上的電壓  $\sim 460V$ 。
4. 調整數位計數器的時間鈕(2 分鐘)。

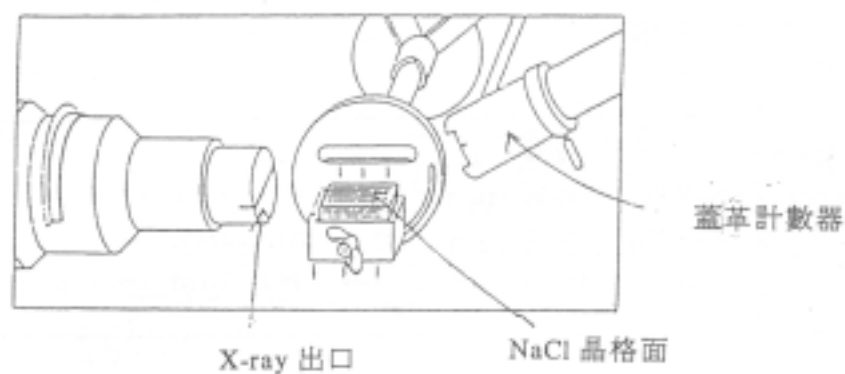


圖 3

#### 四、步驟

1. 開 a 打開 X-ray 儀的電壓，暖機 3 分鐘。
2. 選定時器(順時鐘方向轉)b 到 1 小時的位置。
3. 調整高壓  $U_A$  多段式開關 e 到 '1' 的位置。
4. 開 f(按一下)使高壓開始運作。
5. 待暖機 3 分鐘後，調 e 到 '8' 的位置。
6. 再將 g 調到 1mA 之處(即發射電流  $I_{EM}$ )。
7. 由電壓表記錄此時的電壓  $U$ ， $U$  正比於  $U_A$  (因  $U_A = \sqrt{2} \cdot 10^3 \cdot U$ )。

8.調整 c 使晶體面入射角  $\theta=2.5$  度。(因 h 與 i 以固定,故計數器反射角  $2\theta=5$  度)

9.記錄經 100 秒時間中脈衝的數目 N。

10.將  $\theta$  自 0.5 度增加至 6.5 度(每次加 0.5 度), 並記錄各角度時,經 120sec 中的脈衝數 N。

11.調整 e 逐步降下高壓  $U_A$  (一次調一格),到"2"的位置, 並於每個位置上重複 7.8.9.10., 記錄並繪圖如圖 4。

Measuring example:

Crystal: NaCl:  $2d = 561.94 \text{ \AA}$

$I_{EH} = 1 \text{ mA}$

Angle $\theta$ in degrees	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5
Counting rate $U_A = 41.72 \text{ kV}_5$	25,21	15,70	133,2	285,1	348,87	358,96	352,14	325,05	524,95
N in $U_A = 35.77 \text{ kV}_5$	24,37	8,49	15,46	117,02	224,82	264,89	279,62	264,48	402,21
Imp. $s^{-1}$ $U_A = 34.65 \text{ kV}_5$	20,1	5,20	5,56	26,1	111,99	170,32	200,23	200,73	313,15

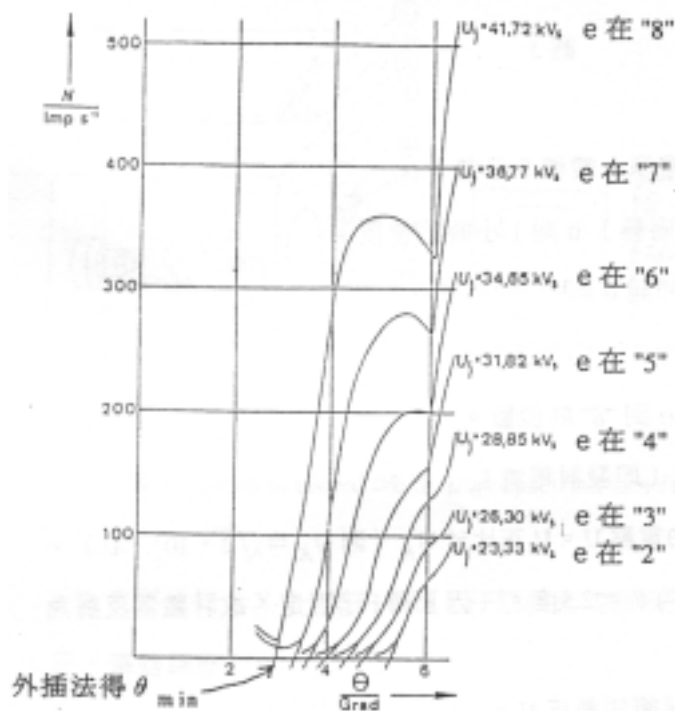


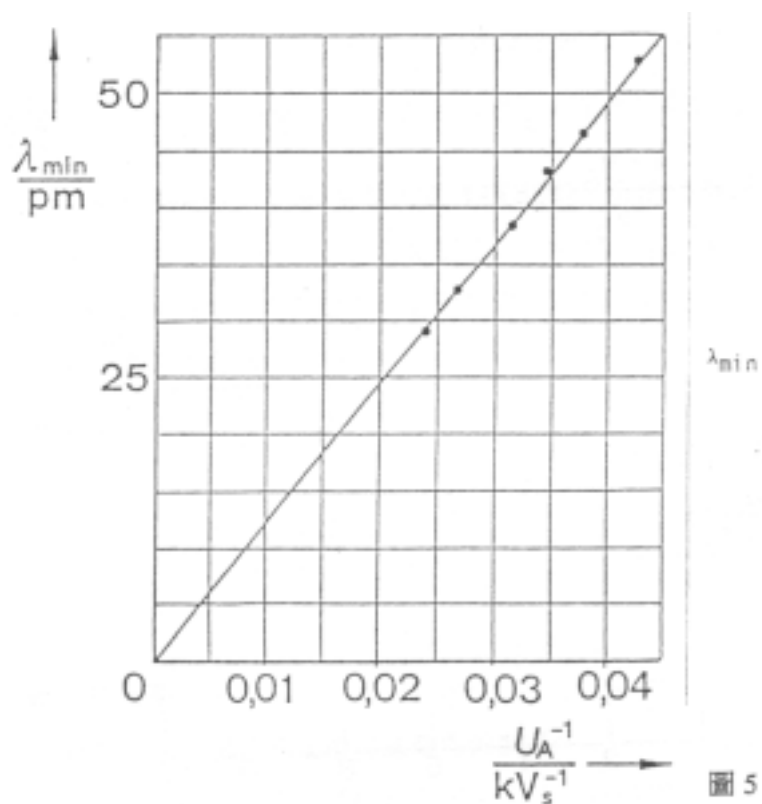
圖 4  
Braking spectra  $N = f(\theta)$  for the high voltages  $U_A$  determined by the levels 2 and 8.

### 五、計算臨界波長 $\lambda_{\min}$

由前圖作外插法可得  $\theta_{\min}$ ，帶入  $2d\sin\theta = \lambda$ ，可得  $\lambda_{\min}$ ，其中  $2d=563.94\text{pm}$ 。

### 六、驗證杜倫-宏德定律

將所得的  $\lambda_{\min}$  和相對應的高壓值  $U_A$  的倒數作圖，可得如下的直線。



所以  $\lambda_{\min} \propto \frac{1}{U_A}$

而杜倫-宏德定律(Duance-Hunt law)得證。

### 七、X-ray 制動光譜中短波邊界的比例常數 k

由前圖中，可求出直線的斜率 k。

$$k = \frac{\lambda_{\min}}{U_A^{-1}}$$

(可與理論  $k=1.2398 \cdot 10^{-6} \text{Vm}$  比較)

## 八、決定普朗克常數 $h$

1. 由  $h = \frac{e \cdot \lambda_{\min} \cdot U_A}{c}$  可得  $h$

其中  $c$  為光速， $e$  為電子電量。

2. 若將  $e \cdot U_A$  對應頻率  $\nu_g$  作圖(即  $e \cdot U_A = f \cdot \nu_g$ ，如下圖 6)，

則可由其斜率  $\frac{e \cdot U_A}{\nu_g} = h$  得  $h$  值，其中  $\nu_g = \frac{c}{\lambda_{\min}}$ 。

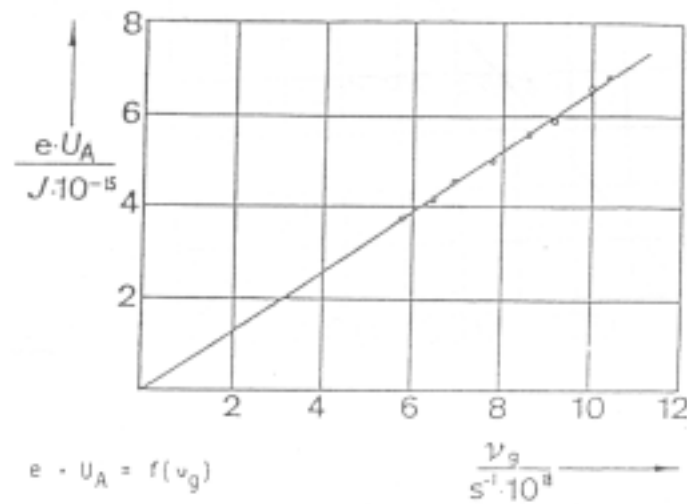


圖 6